PS2315 Trimestre Oct-Feb 2013-4
Tarea 4

Fecha de entrega: Martes 10de diciembre, 11:30 am. Al entrar a clase.
i) Nota: Este trimestre no se aceptarán, bajo ninguna circunstancia, tareas fuera del período especificado para su entrega.
ii) Leer todas las secciones del capítulo 11 del libro Texto: Fundamento de Señales y Sistemas usando la Web y Matlab de Edward Kamen y Bonnie S. Heck. Prentince Hall. Tercera edición.

Parte I. (Consolidación de Conocimientos)

1. Considere dos sistemas P_1 y P_2 descritos en variables de estados por

$$\begin{aligned} P_1 \quad : \quad \sigma x^{(1)}(\lambda) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix} x^{(1)}(\lambda) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u^{(1)}(\lambda) \\ y^{(1)}(\lambda) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x^{(1)}(\lambda) \end{aligned}$$

mientras que

$$\begin{aligned} P_2 \quad : \quad \sigma x^{(2)}(\lambda) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x^{(2)}(\lambda) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^{(2)}(\lambda) \\ y^{(2)}(\lambda) &= \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} x^{(2)}(\lambda) \end{aligned}$$

Considere los sistemas interconectados $P_{serie} = serie(P_1, P_2)$, $P_{para} = paralelo(P_1, P_2)$.
a) Si se define como vector de estado de la conexión P_{serie} a

$$x = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix},$$

determine el modelo en variable de estados de P_{serie}

$$\begin{aligned} \sigma x(\lambda) &= A_s x(\lambda) + B_s u(\lambda) \\ y(\lambda) &= C_s x(\lambda) \end{aligned}$$

si $u(\lambda) = u^{(1)}(\lambda)$, $y(\lambda) = y^{(2)}(\lambda)$. b) Si define como vector de estado de P_{para} a

$$z(\lambda) = \begin{bmatrix} x^{(2)} \\ x^{(1)} \end{bmatrix},$$

determine el modelo en variable de estados de P_{serie}

$$\begin{aligned} \sigma z(\lambda) &= A_p z(\lambda) + B_p u(\lambda) \\ y(\lambda) &= C_p z(\lambda) \end{aligned}$$

si $u(\lambda) = u^{(1)}(\lambda) = u^{(2)}(\lambda)$, $y(\lambda) = y^{(1)}(\lambda) + y^{(2)}(\lambda)$.

2. a) Un sistema P de tiempo continuo está descrito por su ecuación entrada salida:

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 6\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 9\frac{d}{dt}y(t) + 5y(t) = \frac{d^2}{dt^2}u(t) + \frac{d}{dt}u(t) - 2u(t)$$

$t \in [0, \infty)$.

i) Dtermine el operador de impulso, $\widehat{h}(\sigma)$, de P y sus respectivos polos y ceros

ii) Determine un modelo en variables de estados para P

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

iii) Halle el polinomio característico de $P\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_x^n$ y los respectivos polos de la representación en variables de estados obtenida.

b) Repita (a) para el sistema P_{disc} de tiempo discreto cuya ecuación entrada salida es

$$y(k+3) + 6y(k+2) + 9y(k+1) + 5y(k) = u(k+2) + u(k+1) - 2u(k)$$

3. Un sistema P está descrito por

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} x(k) \\ x(0) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^{tr} \end{aligned}$$

a) Encuentre y grafique la trayectoria libre o natural de estados del sistema del sistema $x_{libre}(k) = \phi(k, 0, x(0), 0_u), k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

b) Encuentre y grafique la respuesta forzada del sistema $y_{forz}(k) = \eta\left(k, 0, 0_x, u_{[0,5)}\right), k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, cuando $u(k) = \frac{1}{2}esc(k)$

c) Determine y grafique la respuesta total del sistema $y(k)$

$$y(k) = \eta\left(k, 0, x(0), u_{[0,5)}\right)$$

cuando $u(k) = esc(k) + \frac{1}{2}esc(k-3)$ para $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Considere el siguiente sistema P de tiempo continuo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) \\ x(0) &= \begin{bmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^{tr} \end{aligned}$$

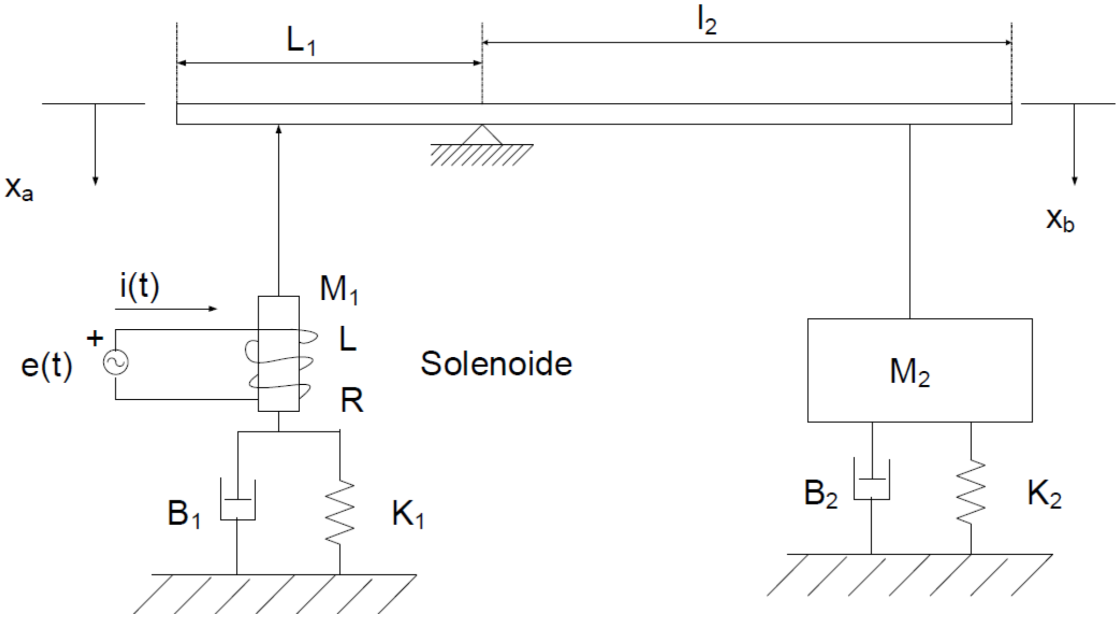
a) Diagonalice el sistema $P\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_x^3$ dado.

b) Encuentre y grafique la trayectoria de estado forzada $x_{forz}(t)$ del sistema si si la entrada es un escalón unitario, $u(t) = esc(t)$, $t \geq 0$.

c) Halle la respuesta o salida libre del sistema $y_{libre}(t)$ y analice el papel de los polos de $P\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_x^3$ en el comportamiento dinámico de $y_{libre}(t)$. Concluya.

Parte II. Desarrollo de Habilidades y Extensión de Conocimientos

1. Considere el sistema electromecánico P siguiente:



donde $u(t) = e(t)$ y la salida es $y(t) = x_b(t)$

(a) Determine el circuito eléctrico análogo de P

(b) Deduzca las ecuaciones fundamentales del sistema

(c) Determine la ecuación entrada-salida del sistema

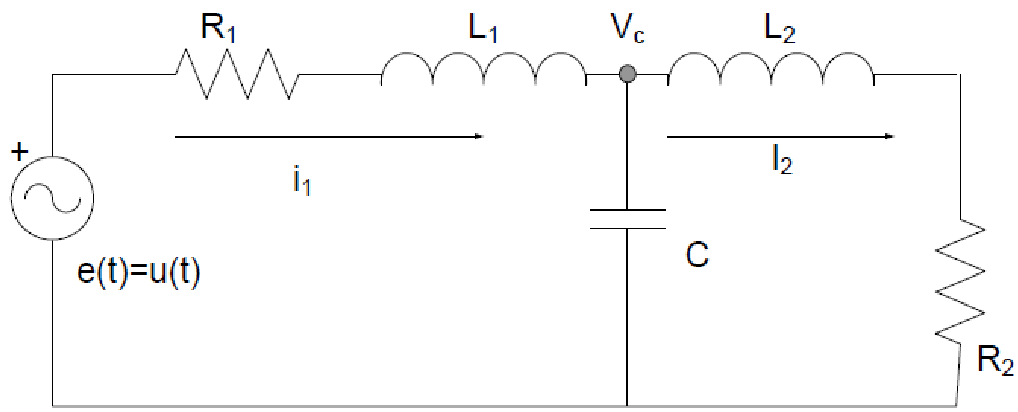
$$D(\sigma)\, y(t) = N(\sigma)\, u(t)$$

(d) Determine una representación en variables de estados del sistema P

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

usando el método de variables físicas.

2. Considere el siguiente sistema eléctrico P



defina como vector de estado a

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_c(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix}$$

y como salida a $y(t) = i_2(t)$.

(a) Determine un modelo en variables de estados de P :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

(b) Si $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $L_1 = L_2 = \frac{1}{2}H$ y $C = 1\ F$, entonces: a) determine el polinomio característico de P, b) Encuentre el espectro de $P\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_x^n$, c) Determine una repersentación en variables de estados de P en forma canónica diagonal

$$P\begin{bmatrix} \widehat{A} & \widehat{B} \\ \widehat{C} & \widehat{D} \end{bmatrix}_{\widehat{x}}^n$$

d) Si $x(0) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, calcule y grafique la respuesta al escalón del sistema, o sea, halle la salida del sistema $y(t)$ cuando la entrada es

$$u(t) = esc(t)$$

3. Resolver los siguientes jercicios del libro texto: 11.1, 11.10, 11.14 (excluyan (b)), 11.15, 11.18, 11.21 y 11.25